

La investigación en Matemáticas: una visión personal

Luis J. Alías Linares
Departamento de Matemáticas
Universidad de Murcia

7 de octubre de 2004

En Matemáticas también se investiga

- ¿Qué se puede investigar en un tema en el que *todo está hecho*?
- Las Matemáticas **no** son un tema muerto.
- Las Matemáticas están en **continuo proceso de construcción y desarrollo**.
- En el siglo XX las Matemáticas han experimentado un **desarrollo excepcional**.

La investigación matemática en España

- “La investigación matemática en España en el periodo 1990-1999”, CEAMM2000.
- Las Matemáticas ocupan el **tercer lugar** en lo que supone su aportación dentro de la **producción mundial y europea**.
- **Mundial: 1.7%** en 1990 – **3.9%** en 1999
- **Europea: 8.9 %** en 1990 – **13.0%** en 1999

La investigación matemática en España

- Y todo ello a pesar de que los recursos que se destinan a la investigación matemática en España son **muy limitados**.
- **España**, entre los diez países más importantes del mundo.
- **ICM 2006** en Madrid.

La Medalla Fields



Matemática Pura y Matemática Aplicada: dos caras de una misma moneda

- Matemática Pura = Matemática como un arte. El placer estético de las Matemáticas.
- Matemática Aplicada = Matemáticas de la vida cotidiana. Las Matemáticas de la Ciencia y la Tecnología.

Carl G.J. Jacobi (1804-1851)



“Un filósofo como él debería haber sabido que el único objetivo de la Ciencia es el honor del espíritu humano, y siendo así, una cuestión referente a la teoría de números es tan valiosa como otra que se refiera al sistema del mundo”.

John von Neumann (1903-1957)



- Cuando una disciplina matemática se aleja de sus fuentes empíricas...es asediada por peligros muy graves...Existe el peligro de que, a gran distancia de su fuente empírica, después de mucha endogamia “abstracta”, se convierta una disciplina matemática en peligro de degeneración.

Matemática Pura *versus* Matemática Aplicada

- La Teoría de los Números Primos (siglos XVII, XVIII y XIX) y su aplicación a la Criptografía (siglo XX).
- La Geometría de Riemann (siglo XIX) y su aplicación a la Teoría de la Relatividad (siglo XX).

No todo está hecho en
Matemáticas, ni mucho menos

El Último Teorema de Fermat



$$x^n + y^n = z^n$$

El Teorema de Pitágoras

- “En un triángulo rectángulo, el cuadrado de la hipotenusa es igual a la suma de los cuadrados de los catetos”

$$x^2 + y^2 = z^2$$

Ternas Pitagóricas

$$x=3, y=4, z=5$$

$$3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25 = 5^2$$

$$x=5, y=12, z=13$$

$$5^2 + 12^2 = 25 + 144 = 169 = 13^2$$

$$x=99, y=4900, z=4901$$

$$99^2 + 4900^2 = 24019801 = 4901^2$$

La anotación de Fermat (1637)

- “Es imposible escribir un cubo como la suma de dos cubos o escribir una cuarta potencia como la suma de dos cuartas potencias o escribir, en general, cualquier potencia mayor que dos como la suma de dos potencias iguales”.
- “Poseo una prueba en verdad maravillosa para esta afirmación a la que este margen viene demasiado estrecho”.

La solución, 356 años después

- *La solución de un problema legendario conmociona el mundo de las matemáticas. El británico Andrew Wiles resuelve el Teorema de Fermat, planteado hace 356 años (El País, 25 de junio de 1993).*

El problema de la reina Dido



- Problema: De entre todas las curvas planas cerradas que tienen una longitud fija, determinar cuál es la que encierra una mayor área en su interior.

Consecuencia: La propiedad isoperimétrica

- **El problema isoperimétrico: el problema de la reina Dido.**

De entre todas las curvas que tienen una longitud fija, determinar cuál es la que encierra una mayor área.

De entre todas las curvas que encierran un área fija, determinar cuál es la que tiene menor longitud.

Consecuencia: La propiedad isoperimétrica

- Zenodoros (200 – 140 AC, Grecia)
- Karl Weierstrass (1815 – 1897, Alemania)

$$A(\Omega) \leq \frac{L^2}{4\pi}$$

$$L \geq 2\sqrt{\pi A(\Omega)}$$

Polígono	Nº lados	Perímetro	Área
Cuadrado	4	1 m	0.0625 m ²
Hexágono	6	1 m	0.0721 m ²
Octógono	8	1 m	0.0754 m ²
Dodecágono	12	1 m	0.0777 m ²
Isodecágono	20	1 m	0.0789 m ²
Circunferencia	infinitos	1 m	0.0795 m ²

Polígono	Nº lados	Área	Perímetro
Cuadrado	4	1 m ²	4 m
Hexágono	6	1 m ²	3.7224 m
Octógono	8	1 m ²	3.6407 m
Dodecágono	12	1 m ²	3.5863 m
Isodecágono	20	1 m ²	3.5596 m
Circunferencia	infinitos	1 m ²	3.5449 m

Consecuencias físicas

- ¿Por qué las gotas de aceite que flotan en el agua son redondas?
- ¿Por qué la forma óptima de un tambor es circular?

Lord Rayleigh (1842 –1919, Inglaterra)

“The theory of sound” 1877.

C. Faber (1923) y E. Krahn (1925)

Grandes retos actuales

- ICM París, 1900: Los 23 problemas de David Hilbert (1862-1943).
- Millenium Meeting París, 2000: Los problemas del milenio

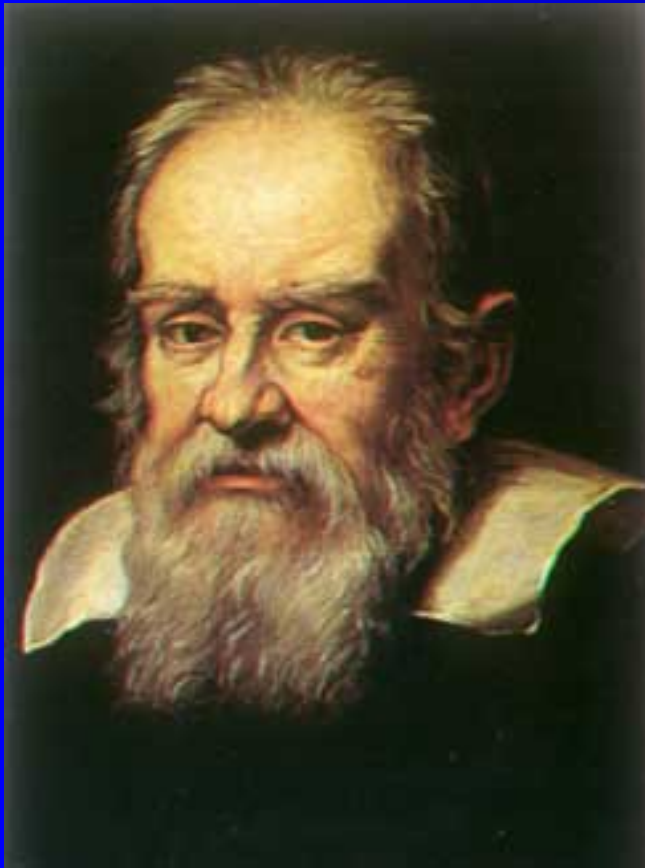
Los Problemas del Milenio

- La conjetura de Poincaré (GyT)
- La conjetura de Hodge (GyT)
- La teoría de Yang-Mills (GyT, FM)
- Las ecuaciones de Navier-Stokes (AM)
- La hipótesis de Riemann (AM, ALG)
- La conjetura de Birch y Swinnerton-Dyer (AM, ALG)
- El problema “P frente a NP” (CC)

Quedan muchas preguntas por responder

- Muchas de estas preguntas tienen interés por su **relación** con diversos problemas de la Física, la forma del Universo, etc.
- Otras simplemente tienen interés por su propia **belleza matemática**

Galileo Galilei (1564-1642)



- “Las Matemáticas son el lenguaje en el que está escrito el gran libro de la Naturaleza”

Para saber más

- COMAP. *Las matemáticas en la vida cotidiana.*
- K. Devlin. *El lenguaje de las Matemáticas.*
- S. Lang. *El placer estético de la Matemática.*
- <http://www-history.mcs.st-and.ac.uk/history/>
- A. Pais. *El Señor es sutil... La ciencia y vida de Albert Einstein.*
- L.A. Santaló. *La Matemática: una filosofía y una técnica.*
- S. Singh. *El enigma de Fermat.*